



Второй тур. Задачи

Конкурс	8 класс
Дата написания	24 февраля 2019 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Во время написания второго тура вы можете выходить из аудитории только в сопровождении представителя оргкомитета не более чем на несколько минут, при этом выносить из аудитории задания и бланки решений запрещается.

Удачи!

Задача 1**(30 баллов)**

Предприимчивый Хоббит покупает у гномов драгоценные камни, собирает из них брошки и продает эльфам. Известно, что красивая брошка состоит из трех камней и продается за 30 мирианов, где мириан – валюта эльфийского государства. Драгоценные камни Хоббит вынужден закупать у гномов по рыночной стоимости. Известно, что общий спрос на камни, произведенные в Гномьем царстве, описывается функцией $Q_d = 60 - 2P$, а предложение камней задается функцией $Q_s = 24 + P$, где P – цена за один камень в кастарах – валюте гномов, Q – количество камней.

Хоббит ведет свою деятельность всего два периода и получает прибыль в фартингах – валюте Шира. Он также может арендовать сейфовую ячейку для драгоценных камней за 3000 фартингов, так как опасается пронырливых родственников. Если Хоббит успевает продать брошки в том же периоде, в котором были закуплены камни, то сейф ему не нужен. Учтите, что обменный курс фартингов к мирианам и фартингов к кастарам меняется в зависимости от периода.

	1 период	2 период
Фартингов за 1 кастар	35	40
Фартингов за 1 мириан	65	60

Какую прибыль получит предприимчивый рациональный Хоббит в фартингах, если он планирует продать суммарно 2000 брошек?

Задача 2**(30 баллов)**

Юный Волшебник производит и продает зелье бодрости только своим однокурсникам в Академии Магии. Цена за один флакончик зелья зависит от количества, которое волшебник сможет произвести в этом месяце следующим образом $P = 45 - Q$, где Q – количество флакончиков с зельем бодрости, P – цена флакончика в золотых. По рецепту Юного Волшебника зелье должно состоять на 75% из живой воды, на 25% из мятного сиропа и чуть-чуть магии. В ближайших аптеках продается только 60% раствор живой воды с мятным сиропом или 95% раствор живой воды с мятным сиропом, при этом цена первого составляет 7 золотых за флакончик, а второго – 21 золотой за флакончик. Других затрат, кроме расходов на приобретение живой воды с мятным сиропом волшебник не несёт.

Какое число флакончиков с зельем бодрости должен производить Юный Волшебник в месяц, чтобы получать максимальную прибыль?

Задача 3**(30 баллов)**

В Нарнии любимым лакомством всех жителей является рахат-лукум, спрос нарнийцев на сладость задается функцией $Q_d = 87 - 9P$; где P – цена рахат-лукума. Предлагают рахат-лукум всего три торговца, их предложение задается соответственно $Q_{s1} = P - 1$, $Q_{s2} = 5P - 5$, $Q_{s3} = 4P - 2$. Принц Нарнии недавно получил экономическое образование и решил проверить насколько развита конкуренция на рынке рахат-лукума. Для этого он использует индекс концентрации Херфиндаля-Хиршмана (HNI), который рассчитывается по формуле

$$HNI = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2,$$

где s_i – доля выпуска фирмы в общем объеме выпуска на рынке.

- а) Какое значение индекса получил принц Нарнии?
- б) Предположим на некотором рынке существует только две фирмы, как между ними должны быть распределены объемы выпуска на рынке, чтобы значение HNI было минимальным? Чему будет равен HNI ?

Задача 4**(30 баллов)**

Кузя из Владивостока решил начать производить крабовые (x) и рыбные (y) палочки. Заводские помещения у него уже есть, а ещё он закупил 8 кг белой рыбы и 14 рулонов пищевой пленки. Для производства одного килограмма крабовых или рыбных палочек необходимо использовать один килограмм белой рыбы. Чтобы упаковать 1 кг рыбных палочек, нужно использовать 1 рулон плёнки, а чтобы упаковать 1 кг крабовых палочек – 5 рулонов. Узнав о планах Кузи, его друг Жора предложил совершить обмен. Он забирает себе все производство Кузи, в обмен на готовый действующий завод, производственные возможности которого описываются уравнением $y = 12 - 2x$.

- а) Назовем кривой производственных возможностей (КПВ) линию, на которой отмечены все максимальные количества второго товара, которые могут быть произведены при производстве всех доступных количеств первого товара (и наоборот). Постройте КПВ Кузи и запишите уравнение, описывающее её.
- б) Для реализации продукции Кузе необходимо купить лицензию. Стоимость лицензии зависит от количества производимой продукции. Так, за каждую крабовую палочку необходимо заплатить 12 рублей, а за каждую рыбную палочку 2 рубля. Кузя хочет использовать все свои производственные возможности по максимуму, но и хочет как можно меньше денег заплатить за лицензию. Определите, какую сумму Кузе придётся заплатить.