**Олимпиада имени Л. В. Канторовича по экономике**

**Региональный этап**

24 февраля 2019 г.



**Второй тур. Задачи. Решения и критерии.**

|  |  |
| --- | --- |
| Конкурс | **8 класс** |
|  |  |
| Дата написания | **24 февраля 2019 г.** |
| Количество заданий | **4** |
| Сумма баллов | **120** |
| Время написания | **140 минут** |

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бес-конечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта **а)** можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссы-латься на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стан-дартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Во время написания второго тура вы можете выходить из аудитории только в сопровождении представителя оргкомитета не более чем на несколько минут, при этом выносить из аудитории задания и бланки решений запрещается.

Удачи!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Олимпиада имени Л. В. Канторовича | 2019 | Экономика |
|  |  |  |
| **Задача 1** |  |  **(30 баллов)** |

 

Предприимчивый Хоббит покупает у гномов драгоценные камни, собирает из них брошки

* продает эльфам. Известно, что красивая брошка состоит из трех камней и продается за 30 ми-рианов, где мириан – валюта эльфийского государства. Драгоценные камни Хоббит вынужден закупать у гномов по рыночной стоимости. Известно, что общий спрос на камни, произведенные в Гномьем царстве, описывается функцией$Q\_{d}=60+2P$, а предложение камней задается функцией $Q\_{s}=24-P$, где *P* – цена за один камень в кастарах – валюте гномов, *Q* – количество камней.

Хоббит ведет свою деятельность всего два периода и получает прибыль в фартингах – валюте Шира. Он также может арендовать сейфовую ячейку для драгоценных камней за 3000 фартингов, так как опасается пронырливых родственников. Если Хоббит успевает продать брошки в том же периоде, в котором были закуплены камни, то сейф ему не нужен. Учтите, что обменный курс фартингов к мирианам и фартингов к кастарам меняется в зависимости от периода.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 период | 2 период |
| Фартингов за 1 кастар | 35 | 40 |
| Фартингов за 1 мириан | 65 | 60 |

Какую прибыль получит предприимчивый рациональный Хоббит в фартингах, если он планирует продать суммарно 2000 брошек?

**Решение**

Определим стоимость камней на рынке гномов. Для этого приравняем спрос и предложение на внутреннем рынке и получим, что равновесная цена равна 12 кастарам, именно по этой цене Хоббит будет покупать камни у гномов. ***(7 баллов)***

Заметим, что во втором периоде нам невыгодно покупать и продавать камни ***(5 баллов за обоснование невыгодности продажи, 5 баллов за невыгодность покупки).*** Тогда мы будем покупать весь доступный нам объем камней в 1 периоде и в нем же продавать все изготовленные броши. ***(6 баллов).***

Тогда Хоббит закупит 6000 камней, потратив на них 12\*35\*6000 фартнигов ***(2 балла)***, и продаст 2000 брошей, получив выручку 65\*2000\*30 ***(2 балла)***. Тогда его прибыль составит 1380000 фартингов ***(3 балла).***

***Схема проверки***

***-2 балла*** за арифметическую ошибку не ведущую к качественно неверному ответу *ИЛИ* ***-5 баллов*** в ином случае.

Региональный этап, 8 класс 1 Второй тур. Задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Олимпиада имени Л. В. Канторовича | 2019 | Экономика |
|  |  |  |



**Задача 2** **(30 баллов)**

 Юный Волшебник производит и продает зелье бодрости только своим однокурсникам в Академии Магии. Цена за один флакончик зелья зависит от количества, которое волшебник сможет произвести в этом месяце следующим образом $P=45-Q$, где *Q* – количество флакончиков с зельем бодрости, *P* – цена флакончика в золотых. По рецепту Юного Волшебника зелье должно состоять на 75% из живой воды, на 25% из мятного сиропа и чуть-чуть магии.

* ближайших аптеках продается только 60% раствор живой воды с мятным сиропом или 95% раствор живой воды с мятным сиропом, при этом цена первого составляет 7 золотых за флакончик, а второго – 21 золотой за флакончик. Других затрат, кроме расходов на приобретение живой воды с мятным сиропом волшебник не несёт.

Какое число флакончиков с зельем бодрости должен производить Юный Волшебник в месяц, чтобы получать максимальную прибыль?

**Решение**

Пусть *x –* количество раствора первого типа, *y –* количество раствора второго типа. Определим в какой пропорции нам их необходимо закупать .

Закупаем растворы так, чтобы не осталось остатков. В таком случае:

$\left[\begin{array}{c}0,6x+0,95y=0,75(x+y)\\0,4x+0,05y=0,25(x+y)\end{array}\right.=>\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$ ***(12 баллов)***

Тогда мы можем выписать прибыль Юного Волшебника (учитывая, что $x+y=Q$):

$Pr=P\*Q-7x-21y=\left(45-Q\right)\*Q-7\*\frac{4}{7}Q-21\*\frac{3}{7}Q=32Q-Q^{2}$***(10 баллов)***

Заметим, что функция прибыли – парабола ветвями вниз, значит максимум достигается в вершине $=>Q^{\*}=16$. ***(8 баллов)***

 ***Схема проверки***

 ***-8 баллов*** за отсутствие проверки необходимого условия максимума *ИЛИ* ***-4 балла*** если максимум проверяется графически без обоснования ключевых точек

 ***-2 балла*** за арифметическую ошибку

***- 10 баллов*** если пропорция флакончиков каждого типа получена подбором (или вводиться без обоснования)

 Если в решении нет указаний на целочисленность, но решение это подразумевает: ***не более 25 баллов*** за задачу

Региональный этап, 8 класс 2 Второй тур. Задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Олимпиада имени Л. В. Канторовича | 2019 | Экономика |
|  |  |  |



**Задача 3** **(30 баллов)**

* Нарнии любимым лакомством всех жителей является рахат-лукум, спрос нарнийцев на сладость задается функцией $Q\_{d}=87-9P$; где *P* – цена рахат-лукума. Предлагают рахат-лукум всего три торговца, их предложение задается соответственно:

 $Q\_{s1}=P-1, Q\_{s2}=5P-P$, $Q\_{s3}=4P-2$

Принц Нарнии недавно получил экономическое образование и решил проверить насколько развита конкуренция на рынке рахат-лукума. Для этого он использует индекс концентрации Херфиндаля-Хиршмана (*HHI*), который рассчитывается по формуле

$HHI=s\_{1}^{2}+s\_{2}^{2}+…+s\_{n}^{2}$*;*

где *si* – доля выпуска фирмы в общем объеме выпуска на рынке.

**а)** Какое значение индекса получил принц Нарнии? ***(19 баллов)***

**б)** Предположим на некотором рынке существует только две фирмы,как между ними долж-ны быть распределены объемы выпуска на рынке, чтобы значение *HHI* было минимальным? Чему будет равен *HHI*? ***(11 баллов)***

**Решение**

а) Суммарное предложение – Q=$\left\{\begin{array}{c}4P-2, 0,5\leq P<1\\10P-8, P\geq 1\end{array}\right.$ ***(6 баллов)***

Найдем равновесие На первом участке равновесие не устанавливается. На втором участке – Р=5, Q=42. ***(7 баллов)*** При этой цене $Q\_{1}=4, Q\_{2}=20, Q\_{3}=20. $Тогда $HHI=\left(\frac{2}{21}\right)^{2}+\left(\frac{10}{21}\right)^{2}+\left(\frac{9}{21}\right)^{2}=\frac{185}{441}$ ***(3 балла за объемы (доли), 3 балла за индекс)***

б) Пусть у одной фирмы доля рынка $1-s$, у второй $s$. Тогда $HHI=1+2s^{2}-2s$. Это парабола ветвями вверх – минимум в вершине $=>s^{\*}=\frac{1}{2}$ . Тогда $HHI=\frac{1}{2}$ ***(7 баллов за нахождение оптимального s, 4 балла за нахождение HHI)***

***Схема проверки***

***-2 балла*** за арифметическую ошибку

***-4 балла*** за отсутствие проверки одного из двух участков предложения

***-3 балла*** за отсутствие проверки необходимого условия минимума

*Пункт (а):*

Отсутствие первого участка функции предложения: ***9 баллов*** если правильно найден индекс Херфиндаля-Хиршмана *ИЛИ* ***3 балла*** если найдены только равновесные объем и цена

*Пункт (б):*

Оценивается: ***2 баллами*** если без какого-ли обоснования выписаны оптимальные доли рынка и *HHI*.

 ***4 баллами*** если указываются соображения о том, что индекс Херфиндаля минимален при совершенной конкуренции, т.е. когда у всех фирм равные доли рынка

 ***10 баллами*** если минимум проверяется графически без обоснования ключевых точек

Региональный этап,8 класс 3 Второй тур. Задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Олимпиада имени Л. В. Канторовича | 2019 | Экономика |
|  |  |  |



**Задача 4** **(30 баллов)**

****Кузя из Владивостока решил начать производить крабовые (x) и рыбные (y) палочки. Заводские помещения у него уже есть, а ещё он закупил 8 кг белой рыбы и 14 рулонов пищевой пленки. Для производства одного килограмма крабовых или рыбных палочек необходимо использовать один килограмм белой рыбы. Чтобы упаковать 1 кг рыбных палочек, нужно использовать 1 рулон плёнки, а чтобы упаковать 1 кг крабовых палочек – 5 рулонов. Узнав о планах Кузи, его друг Жора предложил совершить обмен. Он забирает себе все производство Кузи, в обмен на готовый действующий завод, производственные возможности которого описываются уравнением $y=12-2x$.

а) Назовем кривой производственных возможностей (КПВ) линию, на которой отмечены все максимальные количества второго товара, которые могут быть произведены при производстве всех доступных количеств первого товара (и наоборот). Постройте КПВ Кузи и запишите уравнение, описывающее её. ***(15 баллов)***

 б) Для реализации продукции Кузе необходимо купить лицензию. Стоимость лицензии зависит от количества производимой продукции. Так, за каждую крабовую палочку необходимо заплатить 12 рублей, а за каждую рыбную палочку 2 рубля. Кузя хочет использовать все свои производственные возможности по максимуму, но и хочет как можно меньше денег заплатить за лицензию. Определите, какую сумму Кузе придётся заплатить. ***(15 баллов)***

 **Решение**

 Построим КПВ Кузе в том случае, если он занимается производством самостоятельно.

Ограничение по ресурсам: по рыбе $y=8-x$, по рулонам $y=14-5x $(рисунок 1). Чтобы понять производственные возможности Кузи, необходимо взять те участки, которые идут ниже. (так называемая *нижняя огибающая*), действительно, на этих участках мы используем наши максимальные возможности по производству, выходя за пределы фигуры, ограниченной данными линиями мы превысим лимит либо по рыбе, либо по рулонам (рисунок 2).

Рисунок 1 Рисунок 2

Региональный этап, 8 класс 4 Второй тур. Задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Олимпиада имени Л. В. Канторовича | 2019 | Экономика |
|  |  |  |



**Задача 4 (продолжение)**

 Таким образом «самостоятельное» КПВ Кузи $y=\left\{\begin{array}{c}8-x, x\leq 1,5\\14-5x, x>1,5\end{array}\right.$ ***(8 баллов за вывод КПВ в графическом или аналитическом виде)***

****** Заметим, что КПВ завода Жоры всегда идет выше КПВ Кузи (рисунок 3), таким образом, он согласится на его предложение – т.е. итоговое КПВ Кузи $y=12-2x$. ***(7 баллов)***

б) Т.к. Кузя хочет использовать по максимуму свои производственные возможности – то он будет производить комбинацию рыбных и крабовых палочек, лежащую на КПВ ***(3 балла).***

 Подставим уравнение КПВ в уравнение издержек.

$$TC=12x+2y=24+8x$$

***(5 баллов).***

Издержки достигают своего минимума при х = 0. Значит y = 12. ***(5 баллов)***. Тогда минимальные издержки Кузи составят 24 рубля. ***(2 балла)***

Рисунок 3

***Схема проверки***

***- 2 балла*** за арифметическую ошибку

*Пункт а):*

***15 баллов*** ставилось в том случае, если явно «самостоятельное» КПВ Кузи не было выведено, но обосновано сделан вывод, о том, что Кузя использует предложение Жоры

***-3 балла*** если «самостоятельное» КПВ «Кузи построено без достаточного обоснования

***По 1 баллу*** ставится за каждую верную идею, ведущую к построению «самостоятельного» КПВ

Региональный этап, 8 класс 5 Второй тур. Задачи.